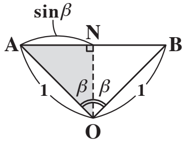
・△OAB も同様に OA = OB = 1 の二等辺三角形であり，O から辺 AB に下した垂線の足を N とおくと，△OAN は $\angle AON = \beta$，$\angle ONA = 90^\circ$ の直角三角形となるので，



$\frac{AN}{1} = \sin\beta$

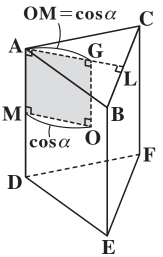
$AN = \sin\beta$ ……④

④より，

$AB = 2AN = 2\sin\beta$ …⑤ となる。

・ここで中心 O から正三角形 ABC に下した垂線の足を G とおくと，図形の対称性から，G は△ABC の重心になる。

さらに，右図に示すように，4 点 O, G, A, M は同一平面内に存在し，四角形 OGAM は長方形である。よって，②より，

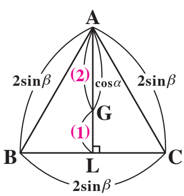


$AG = OM = \cos\alpha$ …⑥ である。

・ここで正三角形 ABC について

$AB = BC = CA$
$= 2\sin\beta$

(⑤より)であり，直線 AG と辺 BC の交点を L とおくと，



$\underbrace{\cos\alpha}_{AG(⑥より)} : AL = 2:3$ $(\because AG:GL = 2:1)$

$\therefore AL = \frac{3}{2}\cos\alpha$ ……⑦ となる。

また，$AL \perp BC$ より，正三角形 ABC の面積を S とおくと，

$$S = \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{4}(2\sin\beta)^2}_{} = \frac{1}{2}\cdot\underbrace{2\sin\beta}_{BC}\cdot\underbrace{\frac{3}{2}\cos\alpha}_{AL} \quad \cdots ⑧$$

BC 底辺　AL 高さ　⑦より

一辺の長さが a の正三角形の面積は $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ だね。

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\beta = \frac{3}{4}\cos\alpha$$

$$\frac{\sin\beta}{\cos\alpha} = \frac{3}{4}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{\sin\beta}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cdots ⑨ \text{ である。}$$

…………(答)

(2) 三角柱 ABC-DEF の体積を V とおくと，

$$V = \underbrace{S}_{\text{底面積}}\cdot\underbrace{AD}_{\text{高さ}} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2\underbrace{\sin\beta}_{})^2\cdot 2\sin\alpha$$

底面積 $\frac{\sqrt{3}}{4}(2\sin\beta)^2$ (⑧より)

高さ $2\sin\alpha$ (③より)

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$ (⑨より)

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cos\alpha\right)^2\cdot 2\sin\alpha$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 3\cos^2\alpha\cdot 2\sin\alpha$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\cos^2\alpha \quad \text{である。}$$

…………(答)