

まず、母集団(100万人の患者)に対する新薬の効果率を p とおこう。
 そして、標本の大きさ $n = 400$ であり、標本の効果率を \bar{p} とおくと、
 $\bar{p} = \frac{240}{400} = \frac{3}{5} = 0.6$ となる。ここで、 $n = 400$ は十分に大きいと考えられるので、効果率 p の (i) 95% 信頼区間と (ii) 99% 信頼区間は公式を使って、次のように求めることができるんだね。

(i) p の 95% 信頼区間は、

$$\text{公式： } \bar{p} - 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \text{ より，}$$

$$0.6 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} \leq p \leq 0.6 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}}$$

$$\sqrt{\frac{6 \times 4}{40000}} = \sqrt{\frac{6}{10000}} = \sqrt{\frac{6}{10^4}} = \frac{\sqrt{6}}{10^2} = \frac{\sqrt{6}}{100} = \frac{2.449 \dots}{100} \approx 0.0245$$

$$0.6 - \underbrace{1.96 \times 0.0245}_{0.048} \leq p \leq 0.6 + \underbrace{1.96 \times 0.0245}_{0.048}$$

∴ $0.552 \leq p \leq 0.648$ となるんだね。大丈夫？

(ii) 次に、 p の 99% 信頼区間は、

$$\text{公式： } \bar{p} - 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \dots\dots(*) \text{ より，}$$

$$0.6 - 2.58 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} \leq p \leq 0.6 + 2.58 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}}$$

$$\underbrace{0.6 - 2.58 \times 0.0245}_{0.537} \leq p \leq \underbrace{0.6 + 2.58 \times 0.0245}_{0.663}$$

∴ $0.537 \leq p \leq 0.663$ となるんだね。これも大丈夫？

ここで、(ii) の p の 99% 信頼区間の幅は、(*) の公式より、

$$\underbrace{\bar{p} + 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}_{0.663} - \underbrace{\left(\bar{p} - 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)}_{0.537} = \underbrace{2 \times 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}_{0.126} \text{ のこと。}$$

これに、 $\bar{p} = 0.6$ 、 $n = 400$ を代入して、

$$2 \times 2.58 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} \dots\dots \textcircled{1} \text{ となるんだね。この}\textcircled{1}\text{の幅を半分にするための}$$

標本の大きさを n' とおくと、

$$2 \times 2.58 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} \dots\dots ①$$

①と同様に、

$$2 \times 2.58 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{n'}} \dots\dots ② \text{ となる。そして、} ② = \frac{1}{2} \times ① \text{ より、}$$

$$\cancel{2} \times \cancel{2.58} \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{n'}} = \frac{1}{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2.58} \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} \dots\dots ③ \text{ となるんだね。}$$

$$\text{これから、} \frac{1}{\sqrt{n'}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{400}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{40} \text{ より、}$$

$$\sqrt{n'} = 40 \quad \therefore n' = 40^2 = 1600 \text{ となって、答えだ。}$$

このように、信頼区間の幅を $\frac{1}{2}$ にしようとするとき、標本の大きさは $n = 400$ (人) から $n' = 1600$ (人) に、つまり 4 倍に増やさないといけないことが分かったんだね。面白かった？

以上で、「初めから始める数学 B 改訂 3」の講義は全て終了で～す！

みんな、ホントによく頑張ったね。疲れたって？…、そうだね。毎回毎回大変な内容だったからね。でも、でき得る限り分かりやすく教えたつもりだから、この後何回でも自分で納得いくまで反復練習してくれたら、きっとすべてマスターできると思うよ。

そして、このレベルの数学をマスターしたら、さらに上を目指して頑張ってもらいたい。マセマは、そんな頑張るキミ達をいつも応援しているんだよ。では、しばらくはお別れだけれど、その内さらにまたレベルアップした講義で会おうな！みんな、それまで元気で…、さようなら…。

マセマ代表 馬場敬之